Д.З. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$. $\overrightarrow{a_4}$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\overrightarrow{a_i}\}$ (полученный базис - $\{\overrightarrow{b_j}\}$).

2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \to a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\overrightarrow{b_j}\}$ к данному базису $\{a_i\}$.

3) Найти координаты $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ в этом ортонормированном базисе.

4) Вычислить скалярное произведение $(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})$.

5) Вычислить угол между векторами $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$.

Вариант 1.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Вариант 2.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Вариант 3.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вариант 4.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Вариант 5.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -18 \\ -8 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Вариант 6.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ -5 \\ 5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Вариант 7.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Д.З. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$. $\overrightarrow{a_4}$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\overrightarrow{a_i}\}$ (полученный базис - $\{\overrightarrow{b_j}\}$).

2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \to a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\overrightarrow{b_j}\}$ к данному базису $\{a_i\}$.

3) Найти координаты $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ в этом ортонормированном базисе.

4) Вычислить скалярное произведение $(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})$.

5) Вычислить угол между векторами $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$.

Вариант 8.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вариант 9.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Вариант 10.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Вариант 11.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Вариант 12.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вариант 13.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 11 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 15 \\ 11 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix},$$

Вариант 14.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 13 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ -11 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Д.З. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$. $\overrightarrow{a_4}$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\overrightarrow{a_i}\}$ (полученный базис - $\{\overrightarrow{b_j}\}$).

2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \to a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\overrightarrow{b_j}\}$ к данному базису $\{a_i\}$.

3) Найти координаты $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ в этом ортонормированном базисе.

4) Вычислить скалярное произведение $(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})$.

5) Вычислить угол между векторами $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$.

Вариант 15.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix},$$

Вариант 16.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 7 \\ -4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix},$$

Вариант 17.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -11 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Вариант 18.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \\ 11 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix},$$

Вариант 19.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 13 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Вариант 20.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix},$$

Вариант 21.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 11 \\ 8 \\ -7 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ -7 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix},$$

Д.З. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$. $\overrightarrow{a_4}$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\overrightarrow{a_i}\}$ (полученный базис - $\{\overrightarrow{b_j}\}$).

2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \to a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\overrightarrow{b_j}\}$ к данному базису $\{a_i\}$.

3) Найти координаты $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ в этом ортонормированном базисе.

4) Вычислить скалярное произведение $(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})$.

5) Вычислить угол между векторами $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$.

Вариант 22.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 8 \\ -11 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -7 \\ -4 \end{bmatrix},$$

Вариант 23.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 15 \\ -1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Вариант 24.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 19 \\ -3 \\ -4 \\ 10 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix},$$

Вариант 25.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 9 \\ -5 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 21 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix},$$

Вариант 26.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 9 \\ -13 \\ 15 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \\ 1 \\ -13 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 7 \\ -7 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Вариант 27.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ 19 \\ 7 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 17 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix},$$

Вариант 28.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -5 \\ -5 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ 17 \\ 11 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 11 \\ 13 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -7 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix},$$

Д.З. "ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ."

1 курс, 2 сем.

ЗАДАЧА 1.

Даны векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ евклидова пространства E_4 с координатами в базисе $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$, $\overrightarrow{a_3}$. $\overrightarrow{a_4}$, векторы которого определены относительно некоторого ортонормированного базиса этого пространства.

1) Применяя процесс ортогонализации, ортонормировать базис $\{\overrightarrow{a_i}\}$ (полученный базис - $\{\overrightarrow{b_j}\}$).

2) Найти матрицу перехода $T_{b_j \to a_i}$ от полученного ортонормированного базиса $\{\overrightarrow{b_j}\}$ к данному базису $\{a_i\}$.

3) Найти координаты $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ в этом ортонормированном базисе.

4) Вычислить скалярное произведение $(\overrightarrow{p}, \overrightarrow{q})$.

5) Вычислить угол между векторами $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$.

Вариант 29.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Вариант 30.

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\{\vec{a}\}}, \vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -7 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Модуль 1, Домашнее задание "Приложения квадратичных форм"

Уравнения (а,б) линии второго порядка на плоскости Oxy и уравнения (c,d) поверхности второго порядка в пространстве Oxyz привести к каноническому виду, указав:

1) одно из преобразований перехода от заданной системы координат к канонической системе координат (собственные числа ортогонального собственного преобразования расположить в порядке возрастания),

2) канонический вид уравнения линий (а,б) и поверхностей (c,d),

3) на плоскости Oxy построить каноническую систему координат, линии (а,б),

4) в канонической системе координат построить поверхности (c,d), используя метод сечений для исследования формы поверхности, заданной каноническим уравнением.

Пункты а) и б) оцениваются в 2 балла каждый, c) и d) в 3 балла каждый.

Вариант 1.

а) $5x^2 + 2y^2 + 4xy + 4\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y - 14 = 0$
б) $-x^2 - 4y^2 + 4xy + 10\sqrt{5}x + 10\sqrt{5}y + 25 = 0$
c) $2x^2 + y^2 - 4xy - 4yz + 4x + 4y - 14 = 0$
d) $4x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 4xy + 4xz + 8x + 8y - 8 = 0$

Вариант 2.

а) $8x^2 + 6xy - 5\sqrt{10}x - 3\sqrt{10}y - 22 = 0$
б) $2x^2 + 2y^2 - 4xy - 5\sqrt{2}x + 3\sqrt{2}y - 6 = 0$
c) $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 4xy - 4yz + 8y + 8z - 8 = 0$
d) $2x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 2xy + 4xz + 2yz + 20\sqrt{2}x - 20\sqrt{2}z + 40 = 0$

Вариант 3.

а) $4xy - 4x^2 - y^2 + 10\sqrt{5}x + 10\sqrt{5}y + 25 = 0$
б) $2x^2 + 5y^2 + 4xy + 4\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y - 14 = 0$
c) $2x^2 + 10y^2 - 2z^2 + 12xy + 8yz + 12\sqrt{14}x - 4\sqrt{14}y - 8\sqrt{14}z - 56 = 0$
d) $2x^2 + 3y^2 + z^2 - 4xy - 4xz + 24x - 6y - 7 = 0$

Вариант 4.

а) $4xy - 2x^2 - 5y^2 + 4\sqrt{5}x - 4\sqrt{5}y - 4 = 0$
б) $8y^2 + 6xy - 3\sqrt{10}x - 5\sqrt{10}y - 22 = 0$
c) $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 4xy - 4yz + 24y - 6z - 7 = 0$
d) $x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 8yz - 2x - 8\sqrt{2}y - 8\sqrt{2}z + 17 = 0$

Вариант 5.

а) $7x^2 - y^2 + 6xy - 4\sqrt{10}x - 4\sqrt{10}y + 8 = 0$
б) $12xy - 4x^2 - 9y^2 - 18\sqrt{13}x + 14\sqrt{13}y - 65 = 0$
c) $x^2 - 5y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 4yz + 3\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}z + 12 = 0$
d) $6x^2 + 4y^2 + 5z^2 - 4xz - 4yz - 20x - 20z - 10 = 0$

Вариант 6.

а) $2x^2 + 2y^2 - 4xy + 3\sqrt{2}x - 5\sqrt{2}y - 6 = 0$
б) $6xy - x^2 + 7y^2 - 4\sqrt{10}x - 4\sqrt{10}y + 8 = 0$
c) $5x^2 + 6y^2 + 4z^2 - 4xy - 4xz - 20x - 20y - 10 = 0$
d) $2x^2 - 5y^2 + 2z^2 + 2xz - 2\sqrt{2}x + 10y + 2\sqrt{2}z + 74 = 0$

Модуль 1, Домашнее задание “Приложения квадратичных форм”

Уравнения (а,б) линии второго порядка на плоскости Oxy и уравнения (c,d) поверхности второго порядка в пространстве Oxyz привести к каноническому виду, указав:

1) одно из преобразований перехода от заданной системы координат к канонической системе координат (собственные числа ортогонального собственного преобразования расположить в порядке возрастания),

2) канонический вид уравнения линий (а,б) и поверхностей (c,d),

3) на плоскости Oxy построить каноническую систему координат, линии (а,б),

4) в канонической системе координат построить поверхности (c,d), используя метод сечений для исследования формы поверхности, заданной каноническим уравнением.

Пункты а) и б) оцениваются в 2 балла каждый, с) и d) в 3 балла каждый.

Вариант 7.

а) $6x^2 + 3y^2 - 4xy + 4\sqrt{5}x + 8\sqrt{5}y + 22 = 0$

б) $-7x^2 + y^2 - 6xy + 2\sqrt{10}x - 6\sqrt{10}y + 42 = 0$

c) $4x^2 + y^2 + 2z^2 + 4xy + 2\sqrt{5}x - 4\sqrt{5}y - 4z - 18 = 0$

d) $5x^2 + 3y^2 + 7z^2 + 8xy - 8xz - 10x - 20y - 20z + 45 = 0$

Вариант 8.

а) $x^2 - 7y^2 - 6xy - 6\sqrt{10}x + 2\sqrt{10}y + 42 = 0$

б) $4xy - 5x^2 - 2y^2 - 4\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y - 4 = 0$

c) $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 8xy + 8yz - 20x - 10y - 20z + 45 = 0$

d) $x^2 - 2y^2 + z^2 + 2xz - 4\sqrt{2}x + 4y + 4\sqrt{2}z - 2 = 0$

Вариант 9.

а) $12xy - 9x^2 - 4y^2 + 14\sqrt{13}x - 18\sqrt{13}y - 65 = 0$

б) $3x^2 + 6y^2 - 4xy + 8\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y + 22 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 2z^2 + 2xy + 4\sqrt{2}x - 4\sqrt{2}y + 4z - 2 = 0$

d) $5x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 6yz + 12\sqrt{6}x + 6\sqrt{6}y + 6\sqrt{6}z = 0$

Вариант 10.

а) $3x^2 + 6y^2 - 4xy + 8\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y + 36 = 0$

б) $6xy - 3x^2 + 5y^2 + 8\sqrt{10}y + 80 = 0$

c) $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz + 6\sqrt{6}x + 12\sqrt{6}y + 6\sqrt{6}z = 0$

d) $x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 4xz - 4\sqrt{5}x - 4y + 2\sqrt{5}z - 18 = 0$

Вариант 11.

а) $5x^2 - 3y^2 + 6xy + 8\sqrt{10}x + 80 = 0$

б) $6x^2 + 3y^2 - 4xy + 4\sqrt{5}x + 8\sqrt{5}y + 36 = 0$

c) $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 8xz - 8\sqrt{2}x - 2y - 8\sqrt{2}z + 17 = 0$

d) $6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy - 4xz - 24x + 18y - 6z - 72 = 0$

Вариант 12.

а) $x^2 + y^2 - 2xy + 5\sqrt{2}x + \sqrt{2}y + 8 = 0$

б) $6xy - 5x^2 + 3y^2 - 8\sqrt{10}x + 4 = 0$

c) $7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz - 6x - 24y + 18z - 72 = 0$

d) $-5x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4xz + 2yz - 3\sqrt{2}y + 3\sqrt{2}z + 12 = 0$

Модуль 1, Домашнее задание “Приложения квадратичных форм”

Уравнения (а,б) линии второго порядка на плоскости Oxy и уравнения (c,d) поверхности второго порядка в пространстве Oxyz привести к каноническому виду, указав:

1) одно из преобразований перехода от заданной системы координат к канонической системе координат (собственные числа ортогонального собственного преобразования расположить в порядке возрастания),

2) канонический вид уравнения линий (а,б) и поверхностей (c,d),

3) на плоскости Oxy построить каноническую систему координат, линии (а,б),

4) в канонической системе координат построить поверхности (c,d), используя метод сечений для исследования формы поверхности, заданной каноническим уравнением.

Пункты а) и б) оцениваются в 2 балла каждый, c) и d) в 3 балла каждый.

Вариант 13.

а) $7x^2+4y^2+4xy+6\sqrt{5}x-12\sqrt{5}y+51=0$

б) $x^2+y^2-2xy+\sqrt{2}x+5\sqrt{2}y+8=0$

c) $2x^2+2y^2-5z^2+2xy+2\sqrt{2}x-2\sqrt{2}y+10z+74=0$

d) $-x^2+y^2+5z^2+4xz+6yz+4\sqrt{14}x-6\sqrt{14}y+2\sqrt{14}z-28=0$

Вариант 14.

а) $3x^2-5y^2+6xy-8\sqrt{10}y+4=0$

б) $4x^2+7y^2+4xy-12\sqrt{5}x+6\sqrt{5}y+51=0$

c) $5x^2-y^2+z^2+4xy+6xz+2\sqrt{14}x+4\sqrt{14}y-6\sqrt{14}z-28=0$

d) $x^2+2z^2-4xy-4xz+4x+4z-14=0$

Вариант 15.

а) $24xy-16x^2-9y^2+70x+10y-125=0$

б) $5x^2+8y^2-4xy+16\sqrt{5}x+8\sqrt{5}y+64=0$

c) $2x^2+2y^2+3z^2+4xy+2xz+2yz-20\sqrt{2}x+20\sqrt{2}y+40=0$

d) $x^2+2z^2-4xy-4xz-12x+12z+18=0$

Вариант 16.

а) $8x^2+5y^2-4xy+8\sqrt{5}x+16\sqrt{5}y+64=0$

б) $12xy-3x^2+13y^2+10\sqrt{10}y-5=0$

c) $2x^2+y^2-4xy-4yz+12x-12y+18=0$

d) $10x^2-2y^2+2z^2+8xy+12xz-4\sqrt{14}x-8\sqrt{14}y+12\sqrt{14}z-56=0$

Вариант 17.

а) $13x^2-3y^2+12xy+10\sqrt{10}x-5=0$

б) $24xy-16y^2-9x^2+70y+10x-125=0$

c) $4x^2+5y^2+4z^2+4xz+12\sqrt{2}x-20y+12\sqrt{2}z-106=0$

d) $x^2+z^2-2\sqrt{2}yz+2x-2\sqrt{6}y-2\sqrt{3}z=0$

Вариант 18.

а) $16x^2+y^2+8xy+10\sqrt{17}x-6\sqrt{17}y-51=0$

б) $12xy-13x^2+3y^2-10\sqrt{10}x+5=0$

c) $y^2+z^2-2\sqrt{2}xz-2\sqrt{6}x+2y-2\sqrt{3}z=0$

d) $5x^2+4y^2+4z^2+4yz-20x+12\sqrt{2}y+12\sqrt{2}z-106=0$

Модуль 1, Домашнее задание “Приложения квадратичных форм”

Уравнения (a,б) линии второго порядка на плоскости Oxy и уравнения (c,d) поверхности второго порядка в пространстве Oxyz привести к каноническому виду, указав:

1) одно из преобразований перехода от заданной системы координат к канонической системе координат (собственные числа ортогонального собственного преобразования расположить в порядке возрастания),

2) канонический вид уравнения линий (a,б) и поверхностей (c,d),

3) на плоскости Oxy построить каноническую систему координат, линии (a,б),

4) в канонической системе координат построить поверхности (c,d), используя метод сечений для исследования формы поверхности, заданной каноническим уравнением.

Пункты a) и б) оцениваются в 2 балла каждый, c) и d) в 3 балла каждый.

Вариант 19.

a) $5x^2 + 8y^2 - 4xy + 16\sqrt{5}x + 8\sqrt{5}y - 44 = 0$

б) $4y^2 + x^2 + 4xy - 2\sqrt{5}x + 6\sqrt{5}y - 5 = 0$

c) $5x^2 + 5y^2 - 2z^2 + 4xy + 6x - 6y + 4z + 46 = 0$

d) $2x^2 + 2xy - 2xz - 2yz - 6\sqrt{3}y + 6\sqrt{3}z + 18 = 0$

Вариант 20.

a) $3x^2 - 13y^2 + 12xy - 10\sqrt{10}y + 5 = 0$

б) $x^2 + 9y^2 + 6xy + 20\sqrt{10}x - 50 = 0$

c) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz + 4x + 4\sqrt{2}y + 2\sqrt{2}z - 6 = 0$

d) $5x^2 - 2y^2 + 5z^2 - 4xz + 6x + 4y + 6z + 46 = 0$

Вариант 21.

a) $4x^2 + y^2 + 4xy + 6\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}y - 5 = 0$

б) $7x^2 + 10y^2 - 4xy + 4\sqrt{5}x - 20\sqrt{5}y - 16 = 0$

c) $6x^2 + 3y^2 + z^2 + 4xy + 4\sqrt{5}x + 6\sqrt{5}y + 2z + 2 = 0$

d) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xz + 7\sqrt{2}x - 4y + 9\sqrt{2}z + 10 = 0$

Вариант 22.

a) $10x^2 + 7y^2 - 4xy - 20\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y - 16 = 0$

б) $4xy + 3y^2 + 4\sqrt{5}x - 2\sqrt{5}y - 9 = 0$

c) $2y^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 6\sqrt{3}x - 6\sqrt{3}z - 9 = 0$

d) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy + 4\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y + 4z - 6 = 0$

Вариант 23.

a) $3x^2 + 4xy - 2\sqrt{5}x + 4\sqrt{5}y - 9 = 0$

б) $6xy - x^2 - 9y^2 + 5\sqrt{10}x - 5\sqrt{10}y + 30 = 0$

c) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy + 9\sqrt{2}x + 7\sqrt{2}y - 4z + 10 = 0$

d) $3x^2 + y^2 + 6z^2 + 4xz + 6\sqrt{5}x + 2y + 4\sqrt{5}z + 2 = 0$

Вариант 24.

a) $9x^2 + y^2 + 6xy + 20\sqrt{10}y - 50 = 0$

б) $7x^2 + y^2 - 8xy + 2\sqrt{5}y - 8\sqrt{5}x - 4 = 0$

c) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xz + \sqrt{2}x - 4y + \sqrt{2}z - 9 = 0$

d) $6xz + 8yz + 50y + 40z + 10 = 0$

Модуль 1, Домашнее задание “Приложения квадратичных форм”

Уравнения (а,б) линии второго порядка на плоскости Oxy и уравнения (c,d) поверхности второго порядка в пространстве Oxyz привести к каноническому виду, указав:

1) одно из преобразований перехода от заданной системы координат к канонической системе координат (собственные числа ортогонального собственного преобразования расположить в порядке возрастания),

2) канонический вид уравнения линий (а,б) и поверхностей (c,d),

3) на плоскости Oxy построить каноническую систему координат, линии (а,б),

4) в канонической системе координат построить поверхности (c,d), используя метод сечений для исследования формы поверхности, заданной каноническим уравнением.

Пункты а) и б) оцениваются в 2 балла каждый, с) и d) в 3 балла каждый.

Вариант 25.

а) $11x^2 + 3y^2 + 6xy - 2\sqrt{10}x + 6\sqrt{10}y - 22 = 0$

б) $x^2 + 16y^2 + 8xy + 10\sqrt{17}y - 6\sqrt{17}x - 51 = 0$

c) $6xy + 8xz + 40x + 50z + 10 = 0$

d) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2zx + \sqrt{2}x - 4y + \sqrt{2}z - 9 = 0$

Вариант 26.

а) $x^2 + 7y^2 - 8xy + 2\sqrt{5}x - 8\sqrt{5}y - 4 = 0$

б) $8xy - x^2 - 16y^2 - 10\sqrt{17}x + 6\sqrt{17}y + 51 = 0$

c) $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 2\sqrt{3}xz + 2yz + 16x - 4 = 0$

d) $3x^2 + 4xy - 4xz - 10yz - 2\sqrt{6}x + \sqrt{6}y - \sqrt{6}z + 9 = 0$

Вариант 27.

а) $6xy - 9x^2 - y^2 - 5\sqrt{10}x + 5\sqrt{10}y + 30 = 0$

б) $8x^2 + 5y^2 - 4xy + 16\sqrt{5}y + 8\sqrt{5}x - 44 = 0$

c) $10x^2 + 10y^2 + 10z^2 + 6xz + 8yz + 60z = 0$

d) $-x^2 - y^2 + 4z^2 - 10xz - 10yz + 4\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}y + 4\sqrt{3}z + 48 = 0$

Вариант 28.

а) $13x^2 + 5y^2 + 6xy + 10\sqrt{10}x - 2\sqrt{10}y - 26 = 0$

б) $3x^2 + 11y^2 + 6xy + 6\sqrt{10}x - 2\sqrt{10}y - 22 = 0$

c) $3y^2 - 4xy - 10xz + 4yz - \sqrt{6}x - 2\sqrt{6}y + \sqrt{6}z + 9 = 0$

d) $4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 2\sqrt{2}xy + 2\sqrt{2}yz + 8x + 16z - 34 = 0$

Вариант 29.

а) $6x^2 + 8xy - 4\sqrt{5}x - 8\sqrt{5}y - 26 = 0$

б) $8xy - 16y^2 - x^2 + 6\sqrt{17}y - 10\sqrt{17}x + 51 = 0$

c) $4x^2 - y^2 - z^2 - 10xy - 10xz + 4\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}y + 4\sqrt{3}z + 48 = 0$

d) $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 6xy + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y - 4z + 25 = 0$

Вариант 30.

а) $8xy - 16x^2 - y^2 + 6\sqrt{17}x - 10\sqrt{17}y + 51 = 0$

б) $13y^2 + 5x^2 + 6xy - 2\sqrt{10}x + 10\sqrt{10}y - 26 = 0$

c) $x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 6xz - 4x + 2\sqrt{2}y - 2\sqrt{2}z + 25 = 0$

d) $10x^2 + 10y^2 + 10z^2 + 8xy + 6yz + 60y = 0$

ЛА и ФНП, ИУ-РЛ-БМТ (кроме ИУ9), Модуль 1

Домашнее задание 1: "Линейные и евклидовы пространства" 1-я задача, 1 балл.

ВАРИАНТ 1.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 45^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 135^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода из старого базиса в новый.

ВАРИАНТ 2.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 135^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 30^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 3.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 135^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 4.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 150^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 60^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 5.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 60^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 150^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 6.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 45^0$ в отрицательном направлении (от $\mathbf{i}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 150^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 7.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 150^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 45^0$ в отрицательном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 8.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 45^0$ в отрицательном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 60^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 9.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 60^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{i}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 45^0$ в отрицательном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 10.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 60^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 150^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 11.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 150^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{i}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 60^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 12.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 45^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 13.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 45^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 14.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{i}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 45^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 15.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 45^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 60^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 16.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 45^0$ в отрицательном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 60^0$ в отрицательном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 17.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 15^0$ в отрицательном направлении, а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 30^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 18.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 45^0$ в отрицательном направлении, а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 75^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 19.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении, а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 150^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 20.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ так, что вектор $\mathbf{j}$ занимает новое положение $\left(0; \dfrac{1}{\sqrt{10}}; \dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)^T$, а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 60^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 21.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ в положительном направлении на угол $\phi = 300^0$ а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ так, что вектор $\mathbf{k}$ принимает положение $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}; 0; \frac{2}{\sqrt{5}}\right)^T$, (сохраняется правая ориентация базиса). В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 22.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{i}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 120^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 23.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 120^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 45^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 24.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 225^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{i}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 60^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 25.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 60^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 150^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 26.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 135^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 240^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 27.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 30^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 120^0$ в отрицательном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода из старого базиса в новый.

ВАРИАНТ 28.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 135^0$ в отрицательном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 30^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 29.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 60^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{k}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 120^0$ в отрицательном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 30.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{k}$ на угол $\phi = 150^0$ в отрицательном направлении (от $\mathbf{j}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{k}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{i}$ на угол $\psi = 45^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 31.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{j}$ на угол $\phi = 120^0$ в положительном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{i}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{j}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{k}$ на угол $\psi = 150^0$ в отрицательном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

ВАРИАНТ 32.

Постановка задачи. В линейном пространстве V_3 свободных векторов выбран правый ортонормированный базис $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Этот базис поворачивается вокруг вектора $\mathbf{i}$ на угол $\phi = 45^0$ в отрицательном направлении (от $\mathbf{k}$ к $\mathbf{j}$, если смотреть со стороны конца $\mathbf{i}$), а затем вокруг нового положения вектора $\mathbf{j}$ на угол $\psi = 240^0$ в положительном направлении. В результате получается новый базис $\mathbf{i}'$, $\mathbf{j}'$, $\mathbf{k}'$. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.